

Как видно из рис. 3, скелетные кривые для цилиндрических и сферических оболочек имеют мягкий тип. При этом, чем больше нагрузка, тем резонансные кривые более удалены от соответствующей скелетной кривой.

**Выводы.** В статье предложен алгоритм исследования вынужденных колебаний многослойных пологих оболочек сложной формы в плане. Постановка задачи рассмотрена в рамках классической геометрически нелинейной теории многослойных пологих оболочек. С помощью предложенного подхода построены резонансные кривые для свободных и вынужденных колебаний многослойных пологих оболочек со сложной формой плана. Достоверность предложенного алгоритма подтверждена сравнением результатов, полученных в случае однослойных пологих оболочек прямоугольной формы с результатами, приведенными в литературе.

**Список литературы:** 1. *Курпа Л.В., Будніков М.А.* Нелинейные свободные колебания многослойных пологих оболочек симметричного строения со сложной формой плана // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 2008. – 51, №2. – С. 75-85. 2. *Курпа Л.В.* Дослідження нелінійних вимушених коливань багатошарових пластин складної форми // Вісник НТУ «ХПІ», 13'2011. – с. 124–133. 3. *Амбарцумян С.А.* Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 446 с. 4. *Курпа Л.В.* Метод R-функций для решения линейных задач изгиба и колебаний пластин и пологих оболочек. – Х.: НТУ "ХПИ", 2009. – 408 с. 5. *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с. 6. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наукова думка, 1982. – 552 с.

*Поступила в редколлегию 8.05.2012*

УДК 519.2: 621.9.

**Н.Ю. ЛАМНАУЭР**, канд. техн. наук, доц., УИПА, Харьков

## **МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРОВ ИЗДЕЛИЙ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ**

Запропонована одномодальна чотирьохпараметрична модель розподілу розмірів виробів. Для цієї моделі одержані оцінки параметрів. Користуючись цією моделлю, розглянуто аналіз точності обробки виробів.

Предложена одномодальная четырёхпараметрическая модель распределения размеров изделий. Для этой модели получены оценки параметров. С использованием этой модели рассмотрен анализ точности обработки изделий.

The single-modal four-parameter model of the distribution of the sizes of articles is proposed. The estimations of the parameters are obtained for this model. With the use of this model the accuracy analysis of working articles is examined.

**Вступление.** В современных условиях развития машиностроения большое внимание уделяется достижению высокой точности обработки изделий. Это вполне оправдано, так как точность непосредственно связана с повышением качества изготовления как отдельных деталей, так машин в целом. Обеспечить точность обработки изделий можно только в том случае, когда технологический процесс будет глубоко изучен как с экспериментальной, так и с теоретической точки зрения. В процессе изготовления деталей машин их качество и, в частности, точность воспроизведения размеров зависят от большого числа технологических факторов, влияющих в различной степени на точность обработки. Зависимости эти носят вероятностный характер.

**Анализ последних исследований.** Профессор А. А. Маталин [1] для различных квалитетов точности определяет законы распределения размеров изготовленных изделий. Так, при точности 8, 9 и 10-го квалитетов и грубее имеем *нормальный закон распределения размеров* изделий. Для обработки заготовок 7 и 8-го и в некоторых случаях 6-го квалитетов распределение размеров подчиняется *закону Симпсона*, а для квалитетов точности 5-й, 6-й и выше – *равномерный закон*. Заметим, что все эти законы симметричны относительно своего математического ожидания и для нормального закона и закона Симпсона мода совпадает с математическим ожиданием, а у равномерного закона, как известно, мода равняется 0.

Массовые обмеры изготавливаемых валов колёсных пар [2] показали, что посадочный размер вала имеет асимметричное распределение с модой, отличающейся от среднего значения. Существующие методики [3] настройки станка на нужный размер предполагают производить настройку на среднее, а не на модальное значение размера, что может привести к увеличению возможного брака, вместо его уменьшения.

**Постановка задачи.** Нормальный закон для решаемой задачи физически неадекватен, поскольку не имеет верхнего и нижнего порога размеров и симметричен. Равномерный закон на своих пороговых значениях имеет разрыв, который физически нельзя объяснить. Поэтому возникла проблема создания адекватной модели, близкой к *моделям Маталина*, имеющей различную форму одномодальной модели для величин размеров с нижним и верхним порогом, у которой мода не всегда совпадает с математическим ожиданием. Определение оценок параметров данной модели и оценки её моды позволит точнее осуществлять настройку станка.

**Математическая модель.** Предлагается использовать функцию плотности  $f(x)$  для случайных величин размера  $X$  изделий в таком виде:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \notin (b, c), \\ \frac{1+k}{c-b} \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{b-a} \right)^{\frac{1}{k}} \right], & \text{при } x \in [b, a], \\ \frac{1+k}{c-b} \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{c-a} \right)^{\frac{1}{k}} \right], & \text{при } x \in (a, c], \end{cases} \quad (1)$$

где  $a$  – модальное значение;  $b$  – нижний порог и  $c$  – верхний порог размера,  $k$  – параметр формы размеров.

Для различных параметров формы  $0 < k < 1$  получаем различные, физически более адекватные, выпуклые плотности распределения. Если  $k > 1$ , то получаем вогнутые плотности распределения. При  $k = 1$  имеем треугольное распределение. При малых  $k$  имеем распределение, близкое к равномерному, с пороговыми значениями и модой. Графики функции плотности для различных параметров формы приведены на рис. 1.

Математическое ожидание для данной случайной величины имеет вид:

$$M(X) = (b + c + 2ka + kb + kc) / (4k + 2). \quad (2)$$

Из (2) видно, что математическое ожидание зависит от всех параметров задачи.

Для того чтобы центральные моменты выражались через теоретический размах  $c - b$ , определим модальное значение  $a$  как дробно-рациональную функцию отношения  $q$  длины отрезка к величине  $c - b$ . Отсюда получим:

$$a = (bq + c) / (1 + q). \quad (3)$$

В этом случае для модели (1) дисперсия случайной величины размера имеет вид:

$$\mu_2 = \frac{(c-b)^2 (k+1)(2k^2q + 7k^2 + 7k^2q + (4k+1)(q+1)^2)}{12(2k+1)^2(1+q)^2(3k+1)}. \quad (4)$$

Найдём центральный момент третьего порядка:

$$\mu_3 = \frac{(c-b)^3 (k+1)k^2(q-1)((q^2+1)(4k^2+3k+1) + 2q(4k^2+5k+1))}{4(2k+1)^3(1+q)^3(4k+1)(3k+1)} \quad (5)$$

и центральный момент четвёртого порядка:

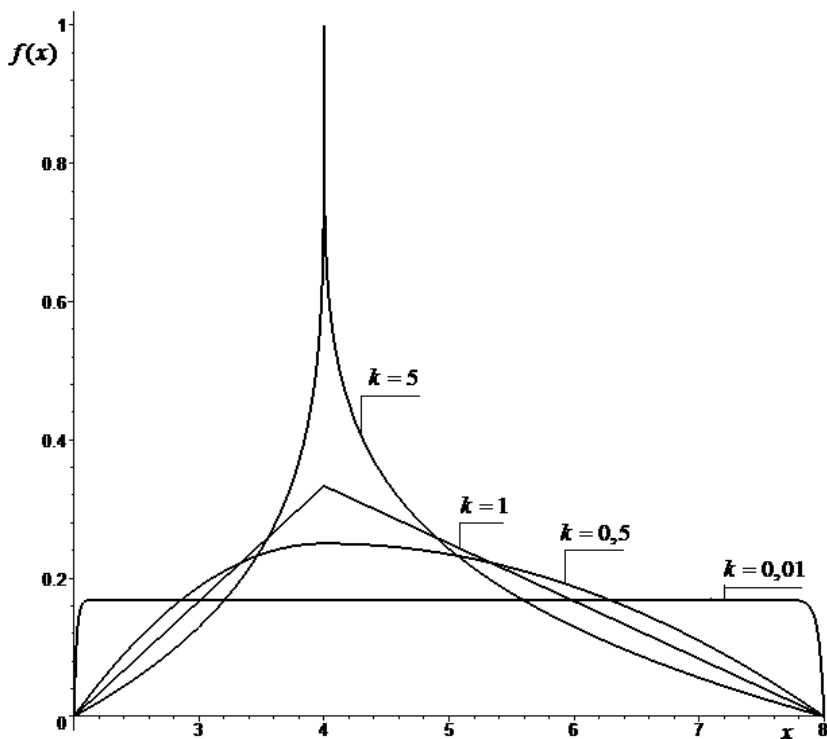


Рисунок 1 – Функции плотности распределения размеров (1) при параметрах  $a = 4$ ,  $b = 2$ ,  $c = 8$  и  $k = 5$ ,  $k = 1$ ,  $k = 0,5$  и  $k = 0,01$ .

$$\begin{aligned} \mu_4 = & (c-b)^4 (k+1)((1+q)^4(1+15k) + (1+q^4) \times \\ & k^2(102+366k+813k^2+1011k^3+572k^4) + \\ & + (1+q^2)qk^2(368+1184k+1932k^2+1684k^3 + \\ & + 528k^4) + q^2k^2(532+1636k+2958k^2+2546k^3 + \\ & + 872k^4)) / (80(2k+1)^4(1+q)^4(5k+1)(4k+1)(3k+1)). \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда квадрат асимметрии  $\beta_1^2 = \mu_3^2 / \mu_2^2$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \beta_1^2 = & 108(4k^2q^2 - 4k^2 + 4k^2q^3 - 4k^2q + 3kq^3 + 7kq^2 - \\ & - 3k - 7kq - 1 - q + q^2 + q^3)^2 k^4 (3k+1) / ((k + \\ & + 1)(2k^2q + 7k^2 + 7k^2q^2 + 4k + 8kq + 4kq^2 + \\ & + 1 + 2q + q^2)^3 (4k+1)^2), \end{aligned} \quad (7)$$

а эксцесс  $\beta_2 = \mu_4 / \mu_2^2$  определяется формулой:

$$\begin{aligned} \beta_2 = & 9(3k+1)(1+90kq^2+60kq+1184k^3q^3+368k^2q+1011k^5+ \\ & +572k^6+813k^4+4q^3+366k^3+6q^2+102k^2+q^4+532k^2q^2+ \\ & +1184k^3q+1636k^3q^2+1932k^4q+1932k^4q^3+2958k^4q^2+ \\ & +102k^2q^4+1684k^5q+1011k^5q^4+366k^3q^4+572k^6q^4+ \\ & +528k^6q^3+528k^6q+813k^4q^4+60kq^3+368k^2q^3+ \\ & +1684k^5q^3+2546k^5q^2+872k^6q^2+4q+15k+ \\ & +15kq^4)/(5(2k^2q+7k^2+7k^2q^2+4k+8kq+4kq^2+1+ \\ & +2q+q^2)^2(4k+1)(5k+1)(k+1)). \end{aligned} \quad (8)$$

Приравнявая величину  $\beta_1^2$  к квадрату эмпирической исправленной асимметрии  $\tilde{\beta}_1^2$  и величину  $\beta_2$  к эмпирическому исправленному эксцессу  $\tilde{\beta}_2$ , получаем систему, которая имеет двенадцать решений, причём как действительных, так и комплексных. Выбор нужного единственного действительного решения определяется из условия что,  $k > 0$  и  $q > 1$  при  $\tilde{\beta}_1 > 0$  и  $0 \leq q < 1$ , если  $\tilde{\beta}_1 < 0$ . Оценку теоретического размаха  $c - b > 0$  можно получить из (4), приравнявая  $\mu_2$  к исправленной дисперсии  $s^2$ . Второе уравнение системы для неизвестных  $b$  и  $c$  получаем, приравнявая математическое ожидание  $M(X)$  к выборочному среднему  $\bar{x}$ , где  $M(X)$  получено подстановкой (3) в (2):

$$M(X) = ((bq+c)(3k+1) + (1+k)(cq+b)) / ((4k+2)(q+1)). \quad (9)$$

Система, состоящая из линейного уравнения (9) и оценки для теоретического размаха, даст единственное решение для оценок параметров  $b$  и  $c$ . Подставляя полученные оценки параметров  $b$ ,  $c$  и  $q$  в (3), находим оценку  $\tilde{a}$  моды  $a$ .

Модель (1) имеет функцию распределения вида:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq b; \\ \left\{ x-b+k(x-a) \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{b-a} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \right\} / (c-b), & \text{при } b < x \leq a; \\ \left\{ x-b+k(x-a) \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{c-a} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \right\} / (c-b), & \text{при } a < x \leq c; \\ 1, & \text{при } x > c. \end{cases} \quad (10)$$

Проведенный статистический анализ по 30 точкам, использующий моделирование распределения (10) при заданных параметрах, показал, что при объеме оценок параметров модели (1)  $n = 25$ , оценки параметров предложенным методом имеют небольшую дисперсию и оказываются практически несмещёнными.

По 200 измерениям посадочных мест валов колёсных пар была построена модель (1) с найденными параметрами распределения и показано, что она согласуется по критерию Пирсона при уровне значимости  $\varepsilon = 0,05$ .

Использование только критерия согласия для проверки модели на адекватность недостаточно, так как согласование при заданном уровне значимости  $\varepsilon$  не означает, что модель адекватна. Действительно, опровержение той или иной гипотезы ни в коем случае не является логическим доказательством, равно как и её подтверждение не является логическим доказательством справедливости гипотезы. В самом деле, опровержение гипотезы может произойти и в случае, когда она справедлива.

Итак, из вышесказанного следует, что для проверки на адекватность модели нам необходимы, помимо критерия согласия, и другие характеристики. Одной из таких характеристик являются « $\lambda$  – характеристика». Форма кривой « $\lambda$  – характеристики» устанавливается по опытным данным и является существенным основанием для выбора того или иного аналитического типа функции распределения. Эта характеристика широко применяются в теории надежности.

« $\lambda$  – характеристика» – это интенсивность отказов [4], а её формула имеет вид:

$$\lambda(x) = f(x)/(1 - F(x)) .$$

Для данной модели (1) « $\lambda$  – характеристика» определяется равенством:

$$\lambda(x) = \begin{cases} \frac{(k+1) \left( -1 + \left( \frac{x-a}{b-a} \right)^{\frac{1}{k}} \right)}{-c + x + kx - kx \left( \frac{x-a}{b-a} \right)^{\frac{1}{k}} - ka + ka \left( \frac{x-a}{b-a} \right)^{\frac{1}{k}}}, & \text{при } b < x \leq a; \\ \frac{(k+1) \left( -1 + \left( \frac{x-a}{c-a} \right)^{\frac{1}{k}} \right)}{-c + x + kx - kx \left( \frac{x-a}{c-a} \right)^{\frac{1}{k}} - ka + ka \left( \frac{x-a}{c-a} \right)^{\frac{1}{k}}}, & \text{при } a < x < c. \end{cases} \quad (11)$$

Форма кривой « $\lambda$  – характеристики» зависит от всех параметров модели (1).

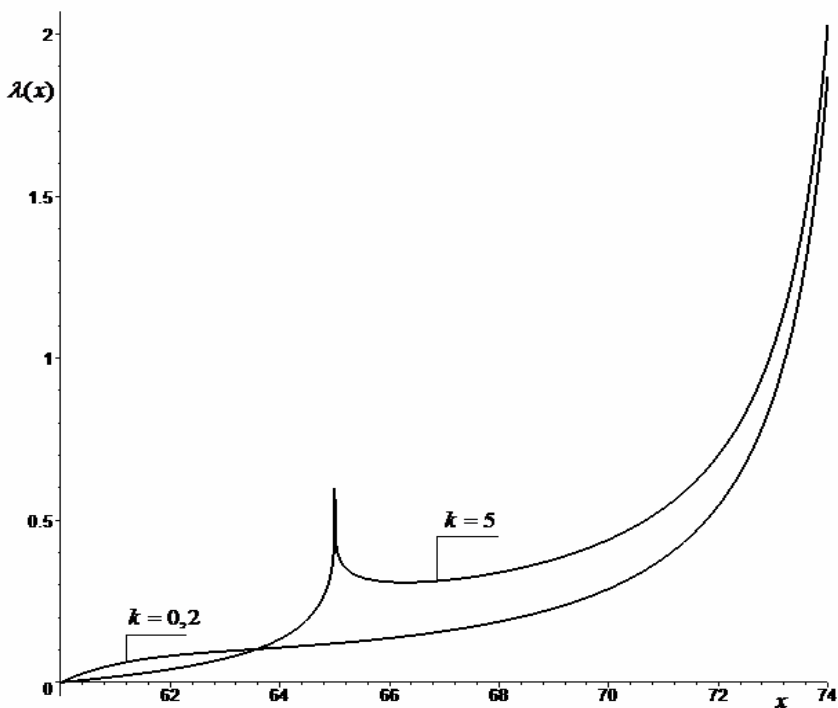


Рисунок 2 – Кривые  $\lambda(x)$  модели (1) для различных  $k$  и одинаковым параметром  $a = 65$ ,  $b = 75$  и  $c = 75$ .

На практике широко используется оценка « $\lambda$  – характеристики» [4]:

$$\lambda(r_{(i)}) = \frac{n(x_{(i)})}{\left[ n - \sum_{j=1}^{i-1} n(x_{(j)}) \right] (x_{(i)} - x_{(i-1)})}, \quad (12)$$

где  $n(x_{(i)})$  – частота появления размера со средней величиной размера  $x_{(i)}$ .

По 200 измерениям посадочных мест валов колёсных пар была построена эмпирическая « $\lambda$  – характеристика» (12) и теоретическая (11) с найденными параметрами распределения (1). Точки эмпирической « $\lambda$  – характеристики» практически легли на теоретическую « $\lambda$  – характеристику», что говорит о возможности применения модели (1) для описания случайной величины размера изделия.

Всё это происходит не случайно, так как увеличение параметров модели приближает используемую модель к истинной модели. Проблема только в

том, как найти хорошие оценки параметров модели. В данном случае можно считать, что данная проблема получила частичное решение, так как всегда есть возможность улучшить оценки параметров модели (1).

**Анализ точности обработки изделий.** Поле рассеяния размеров (размах  $c-b$ ) достаточно просто можно определить с помощью модели (1); оценка этой величины имеет вид:  $\tilde{c}-\tilde{b}$ . Так как для одномодального не симметричного распределения, имеющего как положительный, так и отрицательный коэффициент асимметрии, модальное значение более удалено от среднего значения поля рассеяния, чем математическое ожидание, то правильно было бы ввести коэффициент относительной асимметрии, заменяя математическое ожидание в [3] модальным значением. В этом случае для модели (1) коэффициент относительной асимметрии имеет вид:

$$\alpha = (2a - b - c)/(c - b). \quad (13)$$

Если  $x_0$  – координата середины поля допуска,  $\delta$  – половина установленного поля допуска, то коэффициент точности для модели (1) определяется формулой:

$$\eta = (c - b)/2\delta. \quad (14)$$

Так как для одномодального распределения, имеющего как положительный, так и отрицательный коэффициент асимметрии, вероятность появления размеров в некоторой симметричной окрестности моды больше, чем в этой же окрестности относительно математического ожидания, то, желательнее, в коэффициенте настроенности процесса  $E = [M(X) - x_0]/\delta$  заменить математическое ожидание модой. В этом случае для модели (1) коэффициент настроенности процесса имеет вид:

$$E = [a - x_0]/\delta. \quad (15)$$

Модель (1) ограничена слева и справа, поэтому доля дефектных изделий, вышедших за границы поля допуска, определится в зависимости от взаимного расположения поля допуска  $2\delta$  и поля рассеяния  $c-b$ .

Определим долю дефектных изделий через коэффициенты относительной асимметрии (13), точности (14) и настроенности процесса (15).

Если дефектные изделия отсутствуют, то  $b \geq x_0 - \delta$  и  $c \leq x_0 + \delta$ . В этом случае должны выполняться неравенства:  $\eta(1 + \alpha) \leq 1 + E$ ,  $\eta(1 - \alpha) \leq 1 - E$ , такие же, как до замены математического ожидания модой. В случае, когда только поле рассеяния размеров выходит за левую границу поля допуска, то есть  $x_0 - \delta \geq b$ , а  $c \leq x_0 + \delta$ , доля дефектных изделий имеет вид:

$$p_1 = \frac{\alpha + 1}{2} + \frac{1 + E}{2\eta} \left( k \left( \frac{1 + E}{\eta(1 + \alpha)} \right)^{1/k} - k - 1 \right),$$

где  $a \geq x_0 - \delta$ .



Эта доля зависит от параметра формы  $k$ , как и в случае, когда только поле рассеяния размеров выходит за правую границу поля допуска, то есть  $x_0 + \delta \leq c$  и  $b \geq x_0 - \delta$ . Тогда доля дефектных изделий для  $a \leq x_0 + \delta$  имеет вид:

$$p_2 = -\frac{\alpha - 1}{2} - \frac{1 - E}{2\eta} \left( -k \left( \frac{1 + E}{\eta(\alpha - 1)} \right)^{1/k} + k + 1 \right).$$

Если поле рассеяния размеров выходит за обе границы поля допуска и имеет место неравенство  $x_0 - \delta \leq a \leq x_0 + \delta$ , то доля дефектных изделий равна  $p_1 + p_2$ .

В общем случае достаточно воспользоваться формулой (10) и формулами:

$$a = E\delta + x_0; \quad b = E\delta + x_0 - \alpha\delta\eta - \delta\eta; \quad c = E\delta + x_0 - \alpha\delta\eta + \delta\eta.$$

Решить обратную задачу по заданным долям неисправимого и исправимого брака, определять коэффициенты  $\eta$  – точности и  $E$  – настроенности технологического процесса вполне возможно в системе *MAPLE*, если определены параметр формы  $k$  и коэффициент относительной асимметрии  $\alpha$  модели (1).

**Перспективы дальнейших исследований.** В дальнейшем неплохо было бы найти несмещённые, состоятельные и эффективные оценки моды  $a$ , параметров  $b$  и  $c$  нижнего и верхнего порога предложенной модели (1). А также для этой модели, с учётом возможных экономических потерь, решить задачу оптимизации настройки станка на поле допуска по полученным оценкам параметров  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

**Выводы.** Предложенная модель распределения размеров изделий физически адекватна, так как имеет верхний и нижний порог размеров изделия. Данная модель близка к ранее определённым моделям ввиду имеющего у неё параметра формы, и она более адекватна к истинной модели распределения размеров изделий, потому что имеет моду в любой точке размаха.

Найденные оценки параметров этой модели позволяют использовать её в практических целях.

Настройка станка на середину поля допуска для среднего размера изделия может дать процент брака больший, чем его настройка на модальное значение или другое значение размера.

Для модели (1) введено уточнённое понятие коэффициента относительной асимметрии, поскольку асимметрия определяется не математическим ожиданием, а модой. Поэтому для предложенной модели введены характеристики анализа точности обработки изделий, где среднее значение размеров изделия заменено на модальное значение. Такие характеристики более эффективно проведут анализ точности обработки изделий.

**Список литературы:** 1. Маталин А.А. Технология машиностроения: Учебник для машиностроительных вузов по специальности «Технология, металлорежущие станки и инструменты». -Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. -496с. 2. Андреев Г.Я. Тепловая сборка колесных пар. – Харьков: Издательство Харьковского университета, 1965. – 227 с. 3. Сизенов Л.К., Лохманов В.Н. Вероятностный анализ точности обработки деталей в машиностроении. Учебное пособие. РИО МГТУ им. А.Н.Косыгина, 2010.-212 с. 4. Надёжность технических систем: Справочник / Ю. К. Беляев, В. А. Богатырёв, В. В. Болотин и др.; Под ред. И. А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985, - 608 с.

Поступила в редколлегию 17.04.2012

УДК 621.43

**А.М. ЛЕВТЕРОВ**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;  
**Л.И. ЛЕВТЕРОВА**, вед. инженер, ИПМаш НАН Украины, Харьков;  
**Н.Ю. ГЛАДКОВА**, вед. инженер, ИПМаш НАН Украины, Харьков;  
**В.П. МАРАХОВСКИЙ**, мл. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;  
**А.Н. АВРАМЕНКО**, канд. техн. наук, науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков

## **РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОМОБИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА БЕНЗОЭТАНОЛЬНЫХ СМЕСЯХ**

Наводятся результаты числового эксперимента та моторних випробувань автомобільного двигуна MeMZ 307-1. В якості моторного палива розглядаються бензоетанольні паливні композиції. Розрахункові дослідження ґрунтуються на квазівимірній термодинамічній моделі робочого процесу з двохзонною моделлю згоряння, випробування виконуються на моторному стенді.

Приводятся результаты численного эксперимента и моторных испытаний автомобильного двигателя MeMZ 307-1. В качестве моторного топлива рассматриваются бензоэтанольные топливные композиции. Расчетные исследования базируются на квазиметрической термодинамической модели рабочего процесса с двухзонной моделью сгорания, испытания проводятся на моторном стенде.

In article results of numerical experiment and motor tests of engine MeMZ 307-1 are resulted. As motor fuel are considered petrol-ethanol fuel compositions. Settlement researches are based on quasimetric thermodynamic model of working process with two-zoned model of combustion, tests are carried out on the motor stand.

**Введение и постановка задачи.** Использование в широких масштабах этанола и его смесей с бензином в качестве моторного топлива неоспоримо и уже не вызывает проблем, когда есть соответствующая инфраструктура и сопутствующее законодательство. В странах ЕС, Северной и Южной Америке этанольное альтернативное топливо давно заняло свою нишу. В Украине, где есть соответствующее законодательство и есть возможность применять